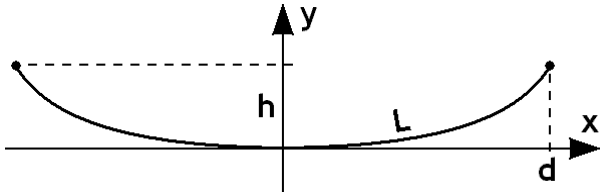


**La chaînette**

Un conducteur homogène, de longueur  $2L$ , suspendu entre deux points séparés par une distance  $2d$ , prend la forme d'une courbe appelée *chaînette*, sous l'effet de son propre poids.



Or  $h$  est évidemment lié à  $L$ , qui dépend de la température du conducteur ; et cette température dépend du courant qui circule dans le conducteur, ainsi que de la température extérieure.

En mécanique, on montre aisément que, dans le système de coordonnées ci-dessus, l'équation de la chaînette est :

$$y = a \left[ \cosh\left(\frac{x}{a}\right) - 1 \right] \quad [m] \quad (1)$$

avec :  $a = H/P'$  [m] (2)

$H$  : composante horizontale de la tension

$P'$  : poids du conducteur par unité de longueur

☞ **La composante horizontale  $H$  de la tension est une constante, tout au long du conducteur.**

De (1), on déduit la relation (paramétrique) entre  $L$  et  $h$ . La flèche  $h$  est simplement l'ordonnée de la courbe en  $x = d$  :

$$h = a \left[ \cosh\left(\frac{d}{a}\right) - 1 \right] \quad [m] \quad (3)$$

Quant à la longueur, on la calcule à partir de la relation :

$$dL = \sqrt{dx^2 + dy^2} = \sqrt{1 + y'^2} dx \quad [m] \quad (4)$$

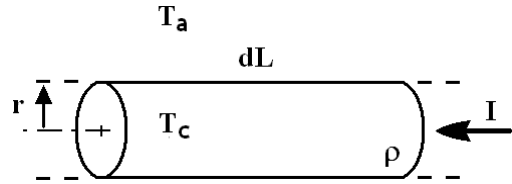
$$\Rightarrow L = \int_0^d \sqrt{1 + y'^2} dx \quad [m] \quad (5)$$

$$\Rightarrow L = a \sinh\left(\frac{d}{a}\right) \quad [m] \quad (6)$$

☞ **Il n'est pas possible d'éliminer analytiquement le paramètre  $a$ , entre (3) et (6), pour exprimer directement la relation  $h(L)$ .**

**L'échauffement**

Soit un tronçon de longueur  $dL$  d'un conducteur de rayon  $r$  et de résistivité  $\rho$ , parcouru par un courant efficace  $I$ .



La température  $T_c$  du conducteur est supérieure à la température ambiante  $T_a$ . La puissance  $dP_J$  fournie par effet Joule est donné par :

$$dP_J = \rho \frac{dL}{\pi r^2} \cdot I^2 \quad [W] \quad (7)$$

Quant à la puissance  $dP_r$  qui refroidit le conducteur par contact avec l'air ambiant, elle est proportionnelle à la différence de température,  $T_c - T_a$ , et à la surface externe du conducteur :

$$dP_r = k (T_c - T_a) 2\pi r dL \quad [W] \quad (8)$$

avec :  $k$  coefficient de transfert de chaleur [W m<sup>-2</sup> K<sup>-1</sup>]

☞ **On ne tient compte ici que d'un refroidissement par convection (la convection et le rayonnement sont négligés).**

À l'équilibre thermique,  $dP_J = dP_r$ , d'où l'on tire la température du conducteur :

$$T_c = T_a + \frac{\rho I^2}{k 2\pi^2 r^3} \quad [K] \quad (9)$$

Enfin, la longueur du conducteur dépend de sa température, selon la loi des dilatations :

$$L(T_c) = L(T_a) [1 + \alpha(T_c - T_a)] \quad [m] \quad (10)$$

La hauteur du conducteur au-dessus du sol est fixée par des règles de sécurité. En Suisse, l'Ordonnance sur les lignes électriques (OLEI) spécifie une distance verticale entre le sol et le conducteur de 7 m + 1 cm/kV, lorsque la température du conducteur est de 40°C. Ainsi, pour une ligne 380 kV, la hauteur minimale autorisée serait de 10,80 m.