[15] Le courant d'absorption

Afin de mesurer le courant d'absorption d'un échantillon isolant, on le soumet à un saut de champ électrique $\mathbf{E}(t)$:

$$\mathbf{E}(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < 0 \\ \mathbf{E}_o & \text{si } t \geq 0 \end{cases}$$

Après enclenchement du champ, le déplacement électrique est donné par : $\mathbf{D}(t) = \varepsilon_o \mathbf{E}_o + \mathbf{P}(t)$, où $\mathbf{P}(t)$ est la polarisation à l'instant t.

<u>Hypothèses</u>

1. À l'infini, le module de la polarisation tend vers une valeur finie : $\lim\limits_{t\to\infty} \mathbf{P}(t) = \mathbf{P}_\infty$

   Dans un milieu linéaire, la polarisation est proportionnelle au champ électrique et de sens inverse, de sorte que l'on peut écrire :

   $$\mathbf{P}_\infty = -\chi_e \varepsilon_o \mathbf{E}_o = -(\varepsilon_r - 1)\varepsilon_o \mathbf{E}_o \qquad \text{[A s m}^{-2}\text{]} \qquad (1)$$

2. La variation temporelle de la polarisation est proportionnelle à l'écart qui sépare sa valeur instantanée de sa valeur limite P_∞ :

   $$\frac{d\mathbf{P}}{dt} = k \;\; \mathbf{P}_\infty - \mathbf{P}(t) \qquad \text{[A s m}^{-2}\text{ s}^{-1}\text{]} \qquad (2)$$

avec : k : coefficient de proportionnalité.

$$\Rightarrow \qquad \frac{1}{k}\cdot\frac{d\mathbf{P}}{dt} + \mathbf{P}(t) = \mathbf{P}_\infty \qquad \text{[A s m}^{-2}\text{]} \qquad (3)$$

Cette équation admet évidemment comme solution :

$$\mathbf{P}(t) = \mathbf{P}_o\, e^{-t/\tau} + C \qquad \text{[A s m}^{-2}\text{]} \qquad (4)$$

avec $\tau = 1/k$.

On détermine aisément les deux constantes, P_o et C :

$$\mathbf{P}(\infty) \equiv \mathbf{P}_\infty = C \qquad \boxed{C = \mathbf{P}_\infty} \qquad \text{[A s m}^{-2}\text{]} \qquad (5)$$

et $$\mathbf{P}(0) \equiv \mathbf{P}_o + C = 0 \qquad \boxed{\mathbf{P}_o = -C = -\mathbf{P}_\infty} \qquad \text{[A s m}^{-2}\text{]} \qquad (6)$$

En effet, en $t = 0$, la polarisation est nulle par continuité, puisque le champ électrique qui la provoque était nul jusqu'à cet instant. On peut donc écrire :

$$\mathbf{P}(t) = \mathbf{P}_\infty \;\; 1 - e^{-t/\tau} \qquad \text{[A s m}^{-2}\text{]} \qquad (7)$$

$$\Rightarrow \qquad \mathbf{D}(t) = \varepsilon_o \mathbf{E}_o + \mathbf{P}_\infty \;\; 1 - e^{-t/\tau} \qquad \text{[A s m}^{-2}\text{]} \qquad (8)$$

La densité du courant d'absorption j_a se déduit de l'équation de Maxwell :

$$\mathbf{rot}\,\mathbf{H} = \mathbf{j}_a + \frac{d\mathbf{D}}{dt} \qquad \text{[A m}^{-2}\text{]} \qquad (9)$$

En l'absence de champ magnétique extérieur :

$$\mathbf{j}_a = -\frac{d\mathbf{D}}{dt} \qquad \text{[A m}^{-2}\text{]} \qquad (10)$$

$$\Rightarrow \qquad \mathbf{j}_a(t) = -\frac{\mathbf{P}_\infty}{\tau}\cdot e^{-t/\tau} \overset{(1)}{=} \frac{\varepsilon_o(\varepsilon_r - 1)\mathbf{E}_o}{\tau}\cdot e^{-t/\tau} \qquad \text{[A m}^{-2}\text{]} \qquad (11)$$

Par ailleurs, la densité du courant de conduction j_c est simplement donné par :

$$\mathbf{j}_c = \sigma \mathbf{E}_o \qquad \text{[A m}^{-2}\text{]} \qquad (12)$$

σ : conductivité électrique.

On obtient ainsi la densité totale de courant :

$$\mathbf{j}(t) = \left[\sigma + \frac{\varepsilon_o(\varepsilon_r - 1)}{\tau}\cdot e^{-t/\tau}\right]\mathbf{E}_o \qquad \text{[A m}^{-2}\text{]} \qquad (13)$$

On peut passer de la densité de courant au courant lui-même traversant une plaque isolante de section S, d'épaisseur d et de résistance $R = (1/\sigma)\cdot(d/S)$, soumise à $t = 0$ à une différence de potentiel $U_o = E_o \cdot d$:

$$\boxed{I(t) = \left[\frac{1}{R} + \frac{S}{d}\cdot\frac{\varepsilon_o(\varepsilon_r - 1)}{\tau}\cdot e^{-t/\tau}\right]U_o} \qquad \text{[A]} \qquad (14)$$

… qui a la forme d'une exponentielle décroissante tendant, à l'infini, vers le courant de conduction.